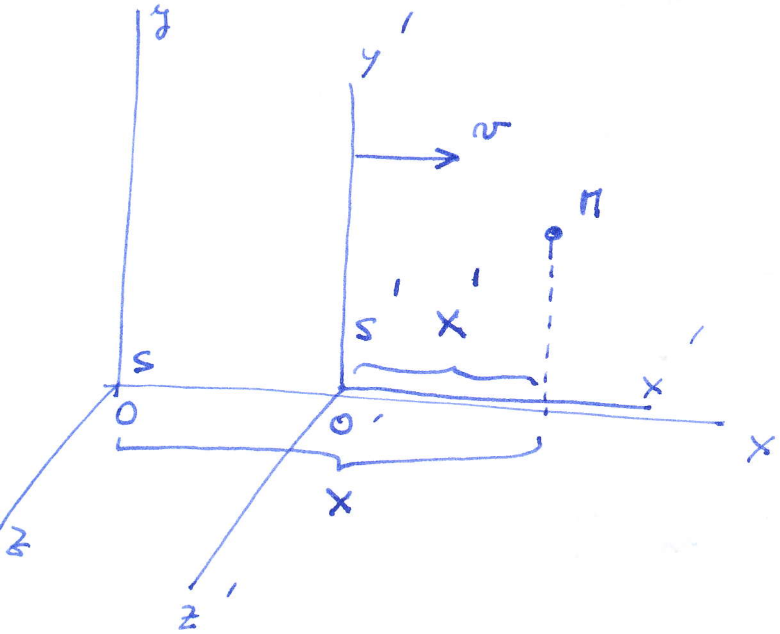
Galileova transformace



předpoklad

$y = y'$

$z = z'$

$\underline{\underline{t = t'}}$!

$\Downarrow$

platí:

$x = x' + v \cdot t$

$$\boxed{x' = x - v \cdot t}$$

Inerciální systémy:

S a S' se pohybují rovnoměrně a přímočaře

=> libovolný mechanický děj je v obou souřadnicích popsán stejnými pohybovými rovnicemi.
Newtonovy zákony jsou invariantní vzhledem ke Galileově transformaci.

Všechny inerciální systémy jsou si plně rovnocenné z hlediska všech zákonů Newt. mechaniky; jsou invariantní vůči Gal. transformaci.

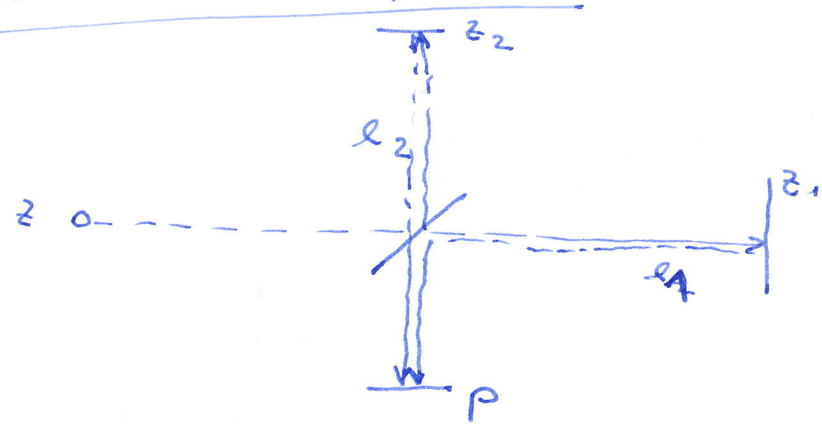
Newton => absolutní prostor

Setrvačnost => snaha zachovat si v absolutním prostoru svůj pohybový stav.

② Lorentz => představa zvláštního nehmotného prostředí „éter", spojitě vyplňuje celý prostor a je nehmotný

Měření rychlosti vůči éteru:

Michelsonův pokus



l_1 .... ve směru rotace Země vůči éteru

$$t_1 = \frac{l_1}{c-v} + \frac{l_1}{c+v} = \frac{l_1}{c(1-\frac{v}{c})} + \frac{l_1}{c(1+\frac{v}{c})} =$$

$$= \frac{l_1}{c}\left(\frac{1}{(1-\frac{v}{c})} + \frac{1}{(1+\frac{v}{c})}\right) = \frac{l}{c}\left[\frac{1+\frac{v}{c}+1-\frac{v}{c}}{1-(\frac{v}{c})^2}\right] =$$

$$\Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{2l_1}{c}\cdot\frac{1}{1-\beta^2}}$$

l_2 ... rychlost Země a dráha jsou kolmé

$$\boxed{t_2 = \frac{2l_2}{\sqrt{c^2-v^2}} = \frac{2l_2}{c}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}}$$

Časový interval mezi dvěma paprsky:

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{2}{c}\left[\frac{l_1}{1-\beta^2} - \frac{l_2}{\sqrt{1-\beta^2}}\right]$$

③ Pokud soustavu $z_1 z_2$ pootočíme tak až l_2 na místo l_1

$$\Delta t' = t_1' - t_2' = \frac{2}{c}\left(\frac{l_1}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{l_2}{1-\beta^2}\right)$$

Je zřejmé, že $\Delta t - \Delta t' \neq 0$ a mělo by dojít k <u>posunu</u> proužků (interference) na stínítku.

Nikdy nedošlo $\Rightarrow$ rychlost světla se s rychlostí Země nesčítala, nelze rozhodnout, zda daná soustava je v absolutním klidu.

Nesplnění zákona o sčítání rychl. je paradoxní vzhledem k Gal. léty používaným N. p. z. a transformaci. $\Rightarrow$ Rychlost světla je mezní rychlostí a zákony klasické mechaniky platí pro rychlosti mnohem menší.

1

Lorentzova transformace

A. Einstein ⇒ spec. teorie relativity; děje v inerciálních systémech

⇒ obecná teorie relativity (gravitace); neinerciální systémy

Principy: * princip relativity ⇒ inerciální systémy jsou pro formulaci fyzikálních zákonů rovnocenné

* princip konstantní rychlosti světla (ve vakuu)

Nová transformace:

* soustavy S a S'
* lineární
* symetrická k ose x
* konečný počet bodů (událostí) převede z jednoho systému na konečný počet bodů (událostí) v druhém systému

$$S(x; y, z, t) \qquad S'(x', y', z', t')$$

Podmínky splňuje:

1) $x' = k(x - v \cdot t)$ 2) $x = k'(x' + v t')$

2

$$x' = k(x - vt) \qquad x = k'(x' + vt')$$

$$x = k'[k(x - vt) + vt']$$

$$x = k'k(x - vt) + k'vt'$$

$$-k'vt' = k'k(x - vt) - x$$

$$-t' = \frac{k(x - vt)}{v} - \frac{x}{k'v}$$

$$-t' = k \cdot \left[\frac{x}{v} - t - \frac{x}{kk'v}\right]$$

$$-t' = k \cdot \left[\frac{x}{v}\left(1 - \frac{1}{kk'}\right) - t\right]$$

$$\boxed{t' = k\left[t - \frac{x}{v}\left(1 - \frac{1}{kk'}\right)\right]}$$

čas t' je závislý na x-ové souřadnici v systému S.

(3)

Pro paprsek vyslaný z počátku a analogicky rovnic musí pro kulovou plochu platit:

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2 = x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2 = 0$$

jestliže $y=y'$; $z=z'$ pak platí

$$x^2-c^2t^2 = x'^2-c^2t'^2 = 0$$

po dosazení $t' = k\left[t-\frac{x}{v}\cdot\left(1-\frac{1}{k'k}\right)\right]$

$$x' = k\cdot[x-v\cdot t]$$

Dostáváme:

$$x^2\left[1-k^2+\frac{c^2k^2}{v^2}\left(1-\frac{1}{kk'}\right)^2\right]-t^2\left[c^2+k^2(v^2-c^2)\right] =$$

$$= xt\left[-2k^2v+\frac{2c^2k^2}{v}\left(1-\frac{1}{kk'}\right)\right]$$

Rovnice je splněna pouze pro koeficienty rovné nule:

tedy z druhého

$$c^2+k^2(v^2-c^2) = 0$$

$$k^2 = -\frac{c^2}{v^2-c^2}$$

$$k^2 = \frac{c^2}{c^2-v^2}$$

1

Současnost dvou událostí

Pro dvě události A, B platí dle rovnice: $t' = \dfrac{t - \frac{v}{c^2}\cdot x}{\sqrt{1-\beta^2}}$

$$t'_B - t'_A = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\left[t_B - t_A - \frac{v}{c^2}(x_B - x_A)\right]$$

Jestliže obě události nastanou v systému S současně $\Rightarrow t_B = t_A$ pak pro pozorovatele v systému S' současné nejsou pro $x_B \neq x_A$

$$t'_B - t'_A = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\left[-\frac{v}{c^2}(x_B - x_A)\right]$$

Jestliže $x_B > x_A \Rightarrow t'_B < t'_A$

Z transformací souřadnic plyne:

$$x' = \frac{x - v\cdot t}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

pro $t_A = t_B$

$$x'_B - x'_A = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\cdot\left[x_B - x_A\right]$$

Diference mají stejná znaménka

② Protože platí $\sqrt{1-\beta^2} < 1$, vzdálenost míst x_A a x_B je nejmenší pro pozorovatele v S.

$$|t'_B - t'_A| = \frac{v}{c^2}\left|x'_B - x'_A\right| < \frac{1}{c}\left|r'_B - r'_A\right|$$

Jsou-li A a B v určitém S současné, pak v žádném jiném systému nemůže být jejich časový rozdíl větší než doba, za kterou světlo dospěje z místa jedné události do místa druhé události.

Platí-li v nějakém inerciálním systému S' mezi událostmi A a B nerovnost, pak lze najít systém, ve kterém probíhají současně. (Dokonce i v obráceném pořadí)

Mezi událostmi však nemůže být příčinná souvislost. Princip příčinnosti (kauzality) ⇒ následek nemůže vzniknout dříve, než příčina.

Vzájemné působení mezi materiálními objekty může probíhat pouze rychlostí, která je rovna maximální rychlosti světla ve vakuu.

3

Nemohou tedy existovat síly, které působí přímo do dálky okamžitě. Nemůže tedy např. přesně platit Newt. grav. zákon.

1

Kontrakce délek

V systému S' je pevná tyč o souřadnicích x_2'; x_1' v klidu.

Pokud platí: $x' = \dfrac{x - v \cdot t}{\sqrt{1-\beta^2}}$, pak pro délku tyče:

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - v \cdot t}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x_1 - v \cdot t}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\underbrace{x_2' - x_1'}_{l_0} = \frac{\overbrace{x_2 - x_1}^{l}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\boxed{l = l_0 \cdot \sqrt{1-\beta^2}}$$

Důsledkem Lorentzovy transformace je zkracování délek ve směru pohybu. – Lorentzova kontrakce délek.

Dilatace času

V S' jsou hodiny, které jsou vzhledem k tomuto systému v klidu.

Pro daný časový interval $dt' = t_2' - t_1'$ musí platit:

$$t_1 = \frac{t_1' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad t_2 = \frac{t_2' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

② $$t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\boxed{dt \cdot \sqrt{1-\beta^2} = dt'}$$

Einsteinova dilatace času $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ hodiny v systému S' jdou pomaleji, než hodiny v systému S. $\Rightarrow$ ověřeno měřením doby života mezonů.

③ skládání rychlostí

$$u_x = \frac{dx}{dt} \qquad u_y = \frac{dy}{dt} \qquad u_z = \frac{dz}{dt}$$

$$u_x' = \frac{dx'}{dt'} \qquad u_y' = \frac{dy'}{dt'} \qquad u_z' = \frac{dz'}{dt'}$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow dt' \cdot \sqrt{1-\beta^2} = dt - \frac{v}{c^2} \cdot \frac{dx}{\cancel{dt}}$$

$$dt' \cdot \sqrt{1-\beta^2} = \cancel{dt(\ldots)}\ dt\left(1 - \frac{v}{c^2} \cdot u_x\right)$$

$$dt' = \frac{1 - \frac{v}{c^2}u_x}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot dt$$

$$x' = \frac{x - v \cdot t}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow dx' = \frac{dx - v \cdot dt}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - v \cdot dt}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{dt - \frac{v}{c^2} dx} =$$

$$= \frac{dx - v\,dt}{dt - \frac{v}{c^2} dx} = \frac{dt\left(\frac{dx}{dt} - v\right)}{dt\left(1 - \frac{v}{c^2} \cdot \frac{dx}{dt}\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{u_x' = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x}}$$

Základy relativistické mechaniky

$$u_\alpha = \frac{dx_\alpha}{dt_0}$$

$$u_1 = \frac{dx_1}{dt_0} = \frac{dx_1}{dt\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{v_1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$u_2 = \frac{v_2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$u_3 = \frac{v_3}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$u_4 = \frac{ic}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Hybnost

$$p_\alpha = m_0 \cdot u_\alpha$$

Př. $p_1 = m_0 \cdot u_1$

$$p_1 = m_0 \cdot \frac{v_1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\boxed{m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}}$$

Pro sílu

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{m_0 v_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = F_1$$

~~Pro~~ hybnost

Pro výkon tedy platí

$$\vec{F} \cdot \vec{v} = \frac{d}{dt}\left[\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\right]$$

Pro výkon také platí: $P = \frac{dW}{dt}$

Tedy $\boxed{E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = m c^2}$

---

① Radionuklid uhlíku $^{14}_{6}C$ ve starém kousku dřeva představuje 0,0416 hmotnosti tohoto radionuklidu v živé dřevině. Určete přibližné stáří dřeva, poločas přeměny radionuklidu je 5570 roků.

$\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ $\quad N = N_0 e^{-\lambda t}$

$$t = -\frac{\left(\ln \frac{N}{N_0}\right) T}{\ln 2} = \underline{\underline{25600}} \text{ roků}$$

② Přeměna β^-

Objevení neutronu → reakce

③ Funkce MODERÁTORU v JE a jaké látky využíváme.