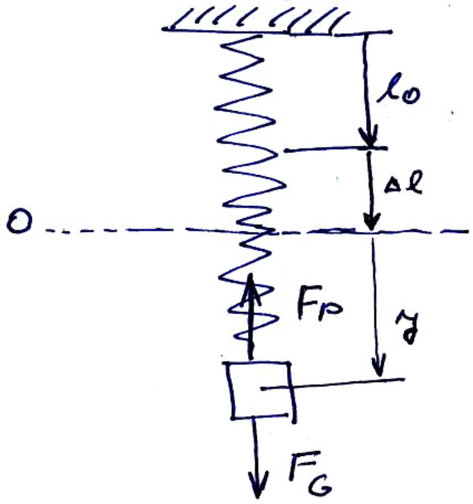
Dynamika harmonického kmitání

(A) Pružinový oscilátor



l_0 ... volná délka pružiny při nezatížené pružině

O ... rovnovážná poloha

$$F_p = F_g$$

$$k \cdot \Delta l = m \cdot g$$

$$\Delta l = \frac{m \cdot g}{k}$$

y ... výchylka z rovnovážné polohy

Pro celkovou sílu platí:

$$F_G = m \cdot g$$

$$F_p = k \cdot (\Delta l - y)$$

$$F = F_p - F_G \Rightarrow F = k \cdot (\Delta l - y) - m \cdot g$$

$$F = k \cdot \Delta l - k \cdot y - m \cdot g$$

$$F = m \cdot g - k \cdot y - m \cdot g$$

$$\boxed{F = -k \cdot y}$$

F .... příčina harmonického kmitání mechanického oscilátoru.

$F = -k \cdot y$ .... vlastní kmitání oscilátoru

Víme, že : $y = A \cdot \sin \omega t$

$v = A \cdot \omega \cdot \cos \omega t$

$a = -A\omega^2 \cdot \sin \omega t$

Tedy $a = -\omega^2 \cdot y$

zároveň platí : $F = m \cdot a$

$\boxed{F = -m\omega^2 \cdot y}$ pohybová rovnice harmonického kmitavého pohybu

Porovnáme-li

$F = -m \cdot \omega^2 \cdot y$ a $F = -ky$

potom platí:

$-ky = -m\omega^2 y$

úhlová frekvence vlastního kmitání oscilátoru $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$

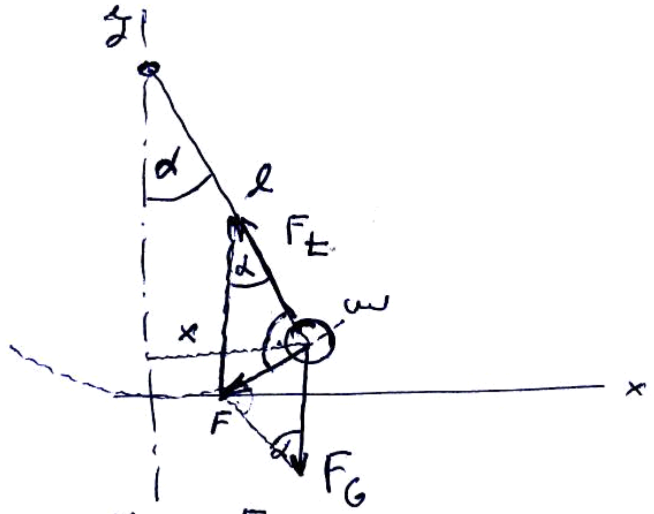
odtud platí:

$\omega_0 = 2\pi f_0 \Rightarrow \boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}}$

$\boxed{T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}}$

(B) Matematické kyvadlo

- hmotný bod zavěšený na tenkém vlákně zanedbatelné hmotnosti



$$\sin\alpha = \frac{x}{l} = \frac{F}{F_G}$$

Pro malé úhly platí $\sin\alpha \approx \alpha$

$$\alpha = \frac{x}{l} = \frac{F}{F_G}$$

Pohybovou rovnici lze zapsat ve tvaru:

$$F = -m\omega^2 x = -\frac{m \cdot g \cdot x}{l}$$

$$\omega^2 = \frac{g}{l}$$

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}}$$

$$\boxed{T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}}$$

$$\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}}$$