Gymnázium Budějovická

Volitelný předmět Ekonomie - jednoletý

BLOK ČÍSLO 8

Hodnocení akcií

Předpokládaný počet : 9 hodin

Použitá literatura :

František Egermayer, Jan Kožíšek – Statistická analýza (skripta ČVUT)
T. a R. Wonnacot – Statistika pro obchod a podnikání (VP)

8.2 Užití statistiky při hodnocení ceny akcie

Pro všechny příklady hodnocení akcií použijme vývoj 10 skutečných hodnot viz tabulka :

Datum	28.2	1.3	2.3	3.3	4.3	7.3	8.3	9.3	10.3	11.3
Kč	811,90	806,28	801,22	802,71	809,77	810,31	808,64	813,00	810,98	808,28 Kč

Průměrná hodnota : 808,31 Kč

Směrodatná odchylka : 3,8586625

Počet stupňů volnosti : 9

Odhad střední hodnoty na základě $t_{0,025}$

$$\mu = 808,31 \pm 2,26 * \frac{3,86}{\sqrt{10}}$$

$$\mu = 808,31 \pm 2,76$$

Z uvedených deseti hodnot je střední odhadnutá střední hodnota akcie s 95% jistotou zaokrouhleně v intervalu : $\langle 805,6;811,1 \rangle$.

Jak vysoká je tedy pravděpodobnost, že se hodnota akcie zvětší o 2 Kč a více ?

$t = \dfrac{2}{3,86} = 0,52$ ………pro 9 stupňů volnosti viz tabulka t rozdělení …….více jak 25%

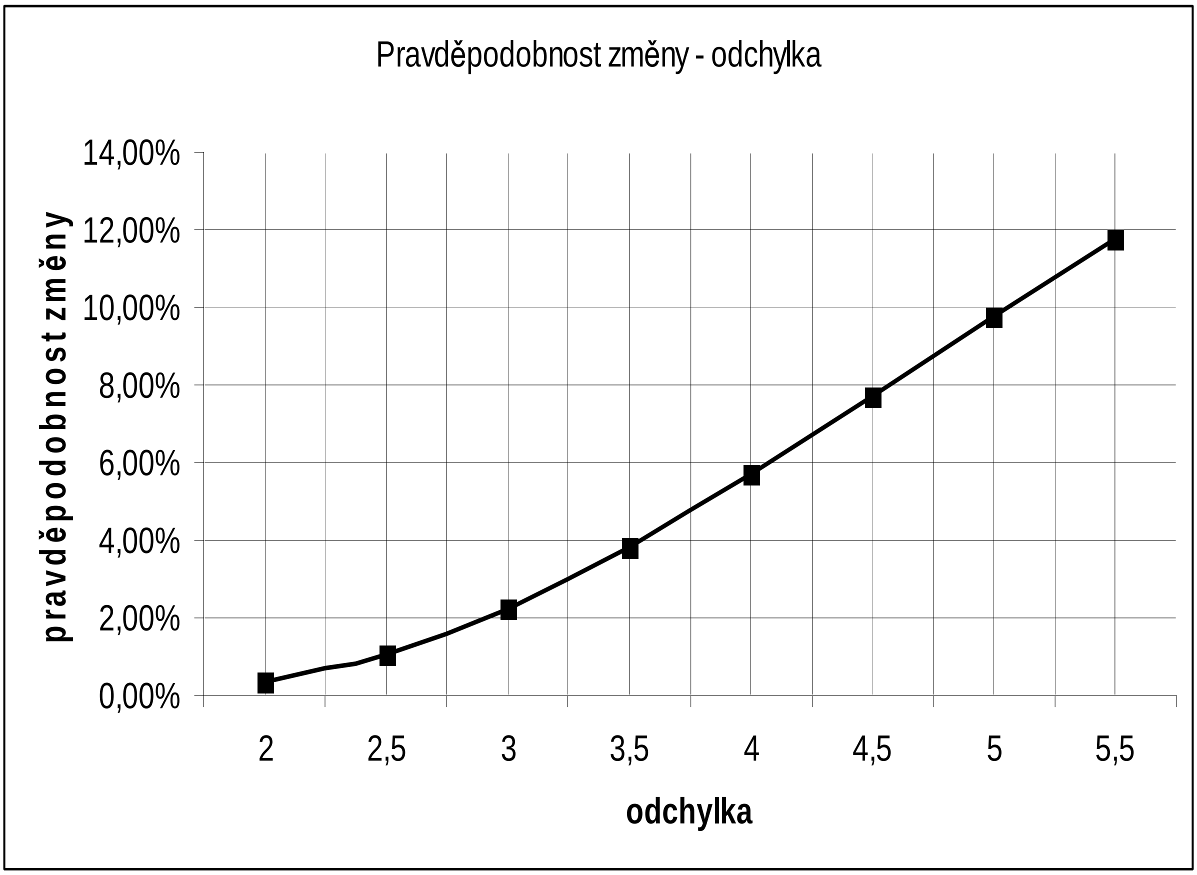
(stejná pravděpodobnost je i stav, kdy se hodnota o 2 Kč sníží)

Pravděpodobnost, že se hodnota zvětší o 7 Kč

$t = \dfrac{7}{3.86} = 1,81$ ………………………. Zaokrouhleně 5%

Hodnota rozptylu a směrodatné odchylky úzce souvisí s „bezpečností“ takové akcie. Pokud se chceme na tuto souvislost podívat podrobněji, vypočtěme z předchozího příkladu pravděpodobnost snížení o 7 Kč při různých hodnotách směrodatné odchylky.

Snížení o	7							
Odchylka	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5
t-hodnota	3,50	2,80	2,33	2,00	1,75	1,56	1,40	1,27
Pravděpod. %	0,34%	1,04%	2,23%	3,83%	5,70%	7,71%	9,75%	11,75%



8.2 Znázornění trendu

V předcházejícím případě jsme dokázali určit střední hodnotu akcie v určitých pravděpodobných mezích a také předpoklad změny.

Pro investování do cenného papíru je důležité pokud, možno co nejpřesněji, určit trend, se kterým se cena akcie pohybuje. Analýza trendu by nám pak měla pomoci určit budoucí hodnotu cenného papíru.

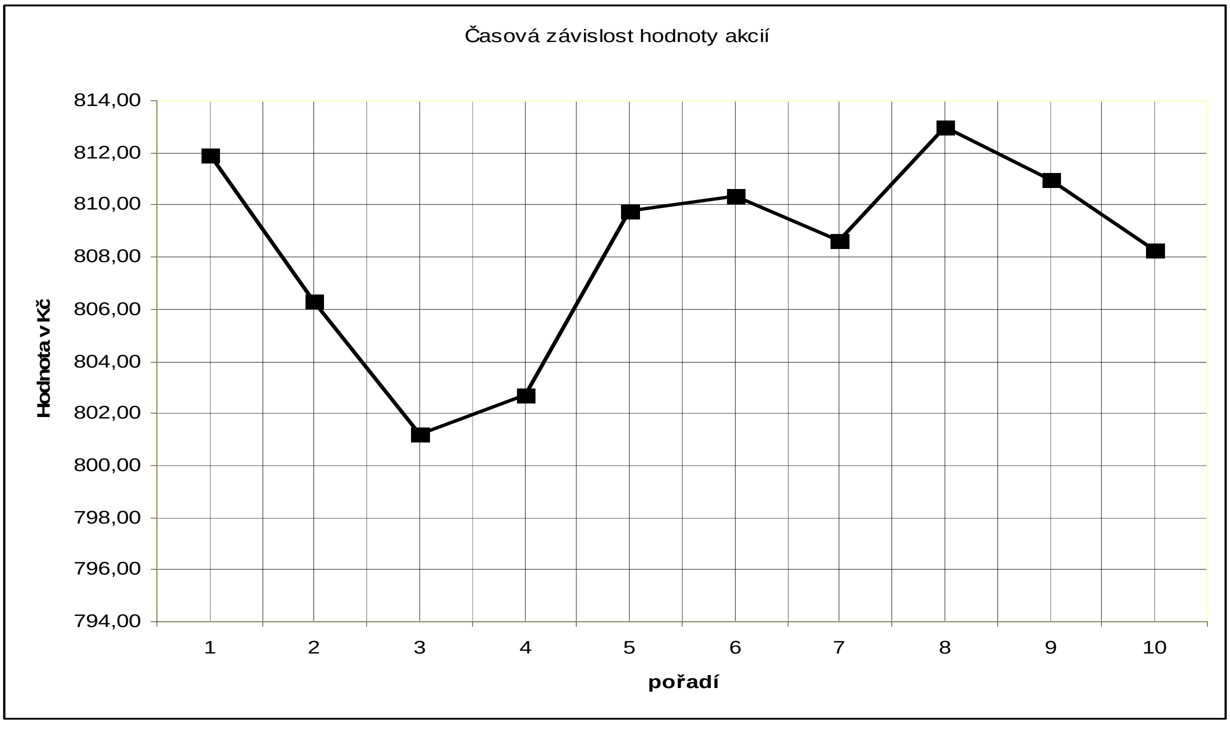
Zdánlivě nesourodé body obvykle prokládáme křivkou tak, aby součet vzdáleností bodu křivky od původního byla co nejmenší. Protože by se jednalo o vychýlení na obě strany od křivky, používáme měření kvadratické odchylky (podobně jako u rozptylu). V tomto případě mluvíme o metodě nejmenších čtverců.

Princip odvození této metody si ukážeme na lineární závislosti, tedy body prokládáme přímkou.

Y ………nová, vypočtená hodnota
A……….vypočtený koeficient lineární funkce
B………..vypočtený koeficient lineární funkce
x_i ……….jednotlivé hodnoty na ose x (obvykle pořadí měření)
y_i ……….naměřené (burzu stanovené) hodnoty, které prokládáme

Tabulka hodnot :

Pořadí	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Hodnota v Kč	811,90	806,28	801,22	802,71	809,77	810,31	808,64	813,00	810,98	808,28



Podmínka minimální odchylky:

$$F(A,B) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (y_i - Y)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (y_i - AX_i - B)^2 = min$$

$$\frac{\partial F}{\partial A} = \frac{2}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} (y_i - Ax_i - B) \cdot (-x_i) = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial B} = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n} (y_i - AX_i - B) \cdot (-1) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} (Ax_i^2 + Bx_i - x_i y_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} (Ax_i + B - y_i) = 0$$

$$A \sum x_i^2 + B \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum x_i y_i = 0$$

$$A \sum x_i + n \cdot B - \sum y_i = 0$$

$$\boxed{\begin{aligned} \sum x_i y_i &= A \cdot \sum x_i^2 + B \sum x_i \\ \sum y_i &= A \sum x_i + n \cdot B \end{aligned}}$$

Suma x	55
Suma x2	385
Suma y	8 083,09
Suma xy	44495,77

Dostáváme tedy soustavu rovnic :

$$44\,495{,}77 = A \cdot 385 + B \cdot 55$$
$$8083{,}09 = A \cdot 55 + B \cdot 10 \qquad / \cdot 5{,}5$$

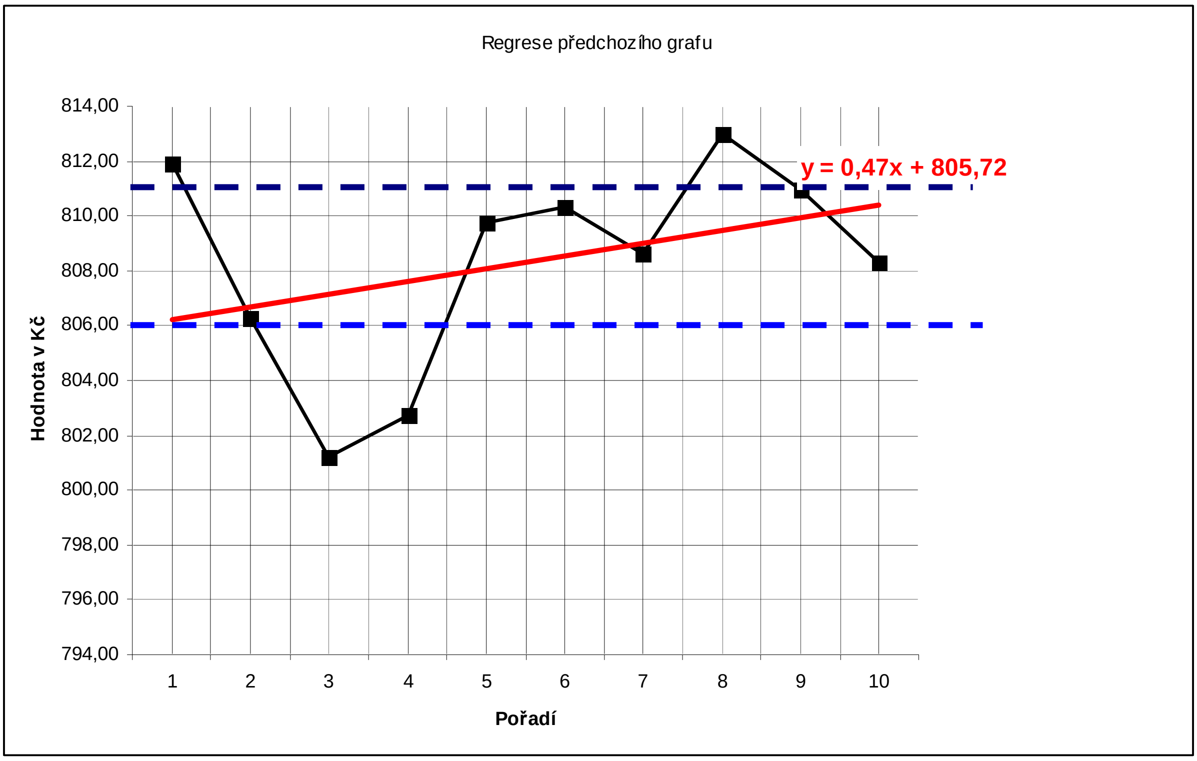
$$44\,495{,}77 = A \cdot 385 + B \cdot 55$$
$$44\,456{,}995 = A \cdot 302{,}5 + B \cdot 55$$

$$38{,}775 = 82{,}5 \cdot A$$

$$A = 0{,}47$$
$$B = 805{,}724$$

Rovnice přímky:

$$y = 0{,}47x + 805{,}724$$



8.3 Kovariace

Z předchozí hodiny si můžeme představit, že máme dva soubory hodnot. Jeden soubor je získaný pomocí skutečných cen na burze, druhý soubor hodnot je získám pomocí vyrovnání přímkou. Předpokládáme, že tyto dva soubory hodnoty jsou těsně vázány. O této vazbě si uděláme bližší představu při výpočtu kovariace.

$$s_{xy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)*\left(y_i - \overline{y}\right)$$

V našem případě tedy vytvoříme tabulku hodnot :

Pořadí	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Hodnota v Kč (x)	811,90	806,28	801,22	802,71	809,77	810,31	808,64	813,00	810,98	808,28
vyrovnáno přímkou (y)	806,19	806,66	807,13	807,6	808,07	808,54	809,01	809,48	809,95	810,42

průměr x	808,31									
průměr y	808,305									
Odchylky od prům x	3,59	-2,03	-7,09	-5,60	1,46	2,00	0,33	4,69	2,67	-0,03
Odchylky od prům y	-2,12	-1,64	-1,18	-0,71	-0,24	0,24	0,70	1,17	1,64	2,12
Součin odchylek	-7,59	3,34	8,33	3,95	-0,34	0,47	0,23	5,51	4,39	-0,06
Součet součinů	18,22									
Sxy	**1,82**									

Výsledná hodnota kovariace mezi hodnotami x a y tedy vychází Sxy = 1,82.
Obecně platí :

- Je kladná, pokud se hodnoty společně zvyšují
- Je záporná, pokud se jedna skupina hodnot zvyšuje a druhá snižuje
- Je-li nulová, jedná se o nekorelované veličiny, v případě normálního rozdělení o nezávislé veličiny.

8.4 Korelace

Kovariace tedy neodpovídá na otázku, o jak moc těsnou závislost mezi veličinami se jedná. K tomuto účelu říkáme, že kovariaci normujeme součinem směrodatných odchylek Sx a Sy. V tomto případě mluvíme o veličině zvaná **korelace.**

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x * s_y}$$

Sx a Sy jsou směrodatné odchylky jednotlivých souborů

Pro náš konkrétní příklad tedy platí :

Sxy	**1,82**
Sx	3,66065
Sy	1,34997

$$r_{xy} = \frac{1{,}82}{3{,}66 * 1{,}35} = 0{,}37$$

Význam korelace obecně :

- + ………oba soubory „kráčejí“ společně
- -………..oba soubory proti sobě (když se jeden zvětšuje, druhý zmenšuje

Co do absolutní hodnoty platí :

- Závislost je málo těsná, jestliže korelační koeficient menší než 0,3
- Závislost velmi těsná, jestliže korelační koeficient větší než 0,8

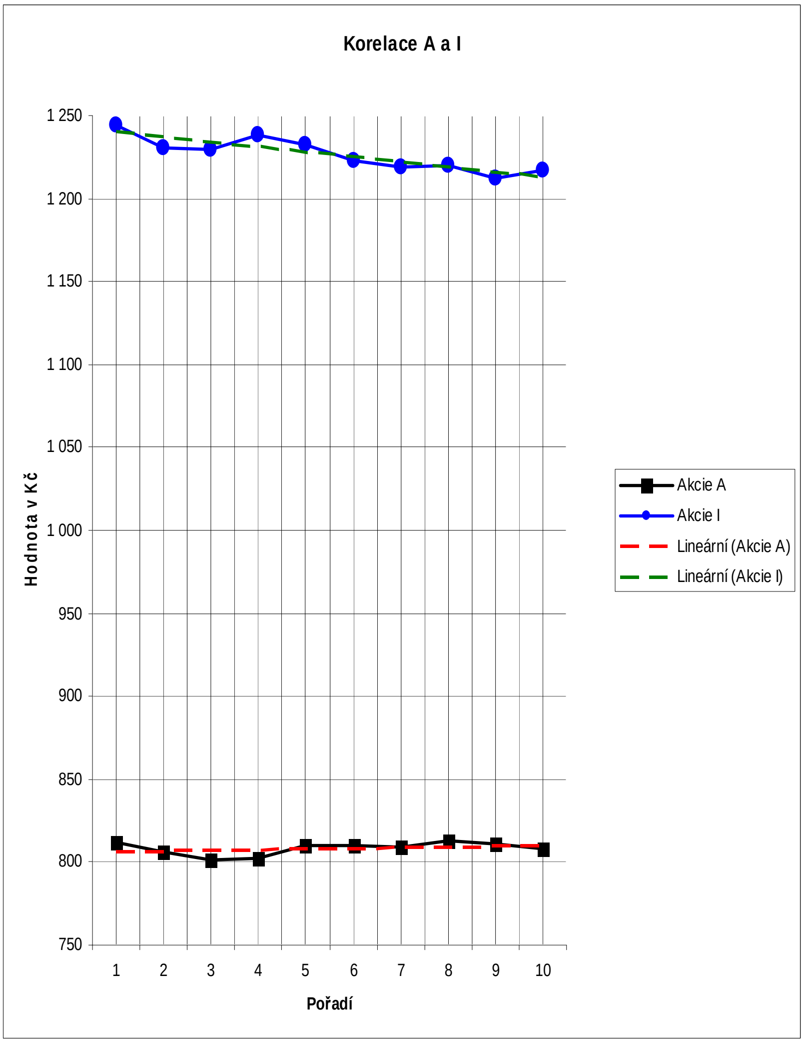
Vlastnosti korelace často využíváme při zhodnocení vzájemné závislosti cenných papírů, nebo vztahu akcie k celkovému indexu trhu. Viz následující příklad :

Datum	28.2	1.3	2.3	3.3	4.3	7.3	8.3	9.3	10.3	11.3
Hodnota v Kč (A)	811,90	806,28	801,22	802,71	809,77	810,31	808,64	813,00	810,98	808,28
Hodnota v Kč (I)	1 244,10	1 230,60	1 229,30	1 238,00	1 233,00	1 222,60	1 219,20	1 220,20	1 212,20	1 217,00

Vzájemný korelační vztah mezi akcií A a indexem trhu I :

Směrodatná odchylka SA	3,66
Směrodatná odchylka SI	9,55
Korelace Rai	-0,28

Vztah vyjádřený grafickou podobou :



8.5 Přesnost regrese

Jak bylo naznačeno v předchozích kapitolách. Proložení hodnot křivkou , obvykle pomocí metody nejmenších čtverců, nám dává možnosti odhadu budoucí hodnoty. Tento odhad bude mít největší přesnost na průměru a při vzdalování se od průměrné hodnoty přesnost postupně klesá.. Tato vlastnost je dána tím, že samotná regresní křivka podléhá jen určité pravděpodobnosti, snadno si představíme „bezradnost“ výpočtu směrnice u velmi zhuštěných bodů apod.

Snažíme-li se odhadnout hodnotu ležící uvnitř již zjištěného intervalu hodnot, mluvíme o **interpolaci.** Jejím příkladem může být odhad výše vybrané částky v závislosti na výši daní, jestliže známe její hodnotu při 10 % a 20 % a ptáme se na její výši při 12 %. V našem případě budeme hovořit o **extrapolaci**, tedy o jakémsi prodloužení trendu do budoucích hodnot.

Pro výpočty chyb , za předpokladu t rozdělení, používáme podobné intervalové výpočty, jako v předchozích kapitolách (část statistika) :

Pro 95 % interval spolehlivosti pro střední hodnotu Y_0 na úrovni X_0 (regrese) :

$$\mu_0 = (aX_0 + b) \pm t_{0,025} * s * \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \overline{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}}$$

Pro 95 % interval spolehlivosti při odhadu INDIVIDUÁLNÍHO Y_0 na úrovni X_0 :

$$Y_0 = (aX_0 + b) \pm t_{0,025} * s * \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \overline{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} + 1}$$

Pro výpočet směrodatné odchylky a hodnoty $t_{0,025}$ počítáme s počtem stupňů volnosti n-2, jelikož přímka je určena dvěma body.

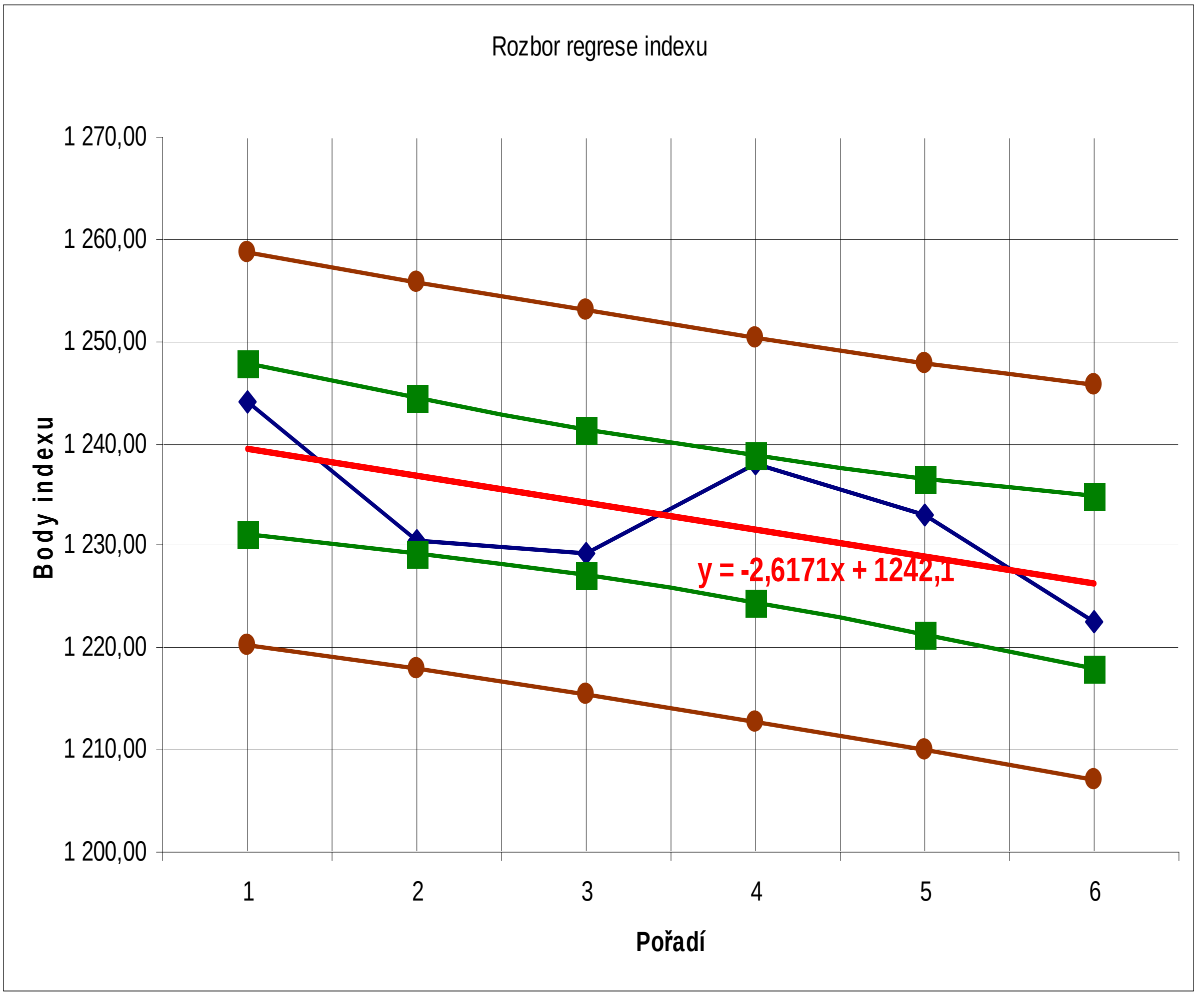
$$s^2 = \frac{1}{n-2} * \sum_{i=1}^{n} (Y_i - Y_{iP})^2$$

Y_P ....hodnota na regresní křivce

Pro ilustraci této závislosti se podíváme na prvních 6 hodnot indexu (I) v předchozím příkladě.

Pořadí	1	2	3	4	5	6
Hodnota v Kč (I)	1 244,10	1 230,60	1 229,30	1 238,00	1 233,00	1 222,60
Hodnota podle regrese	**1 239,48**	**1 236,86**	**1 234,24**	**1 231,62**	**1 229,00**	**1 226,38**
Odchylky Y na 2	21,34	39,19	24,40	40,70	16,00	14,29
Odchylky X na 2	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25
Výpočet horní mez reg	**1 247,90**	**1 244,45**	**1 241,38**	**1 238,76**	**1 236,59**	**1 234,80**
Výpočet dolní mez reg	**1 231,06**	**1 229,27**	**1 227,10**	**1 224,48**	**1 221,41**	**1 217,96**
Výpočet horní mez odhad	**1 258,77**	**1 255,81**	**1 253,01**	**1 250,39**	**1 247,95**	**1 245,67**
Výpočet dolní mez odhad	**1 220,19**	**1 217,91**	**1 215,47**	**1 212,85**	**1 210,05**	**1 207,09**

Průměr pořadí	4
t 0,025	2,78
Reg a	-2,62
Reg b	1242,1
Výpočet s	6,2435647
Suma x na 2	91



8.6 Výnos z akcie a riziko

Při investování do akcií jde investorům o zisk dividenty případně spekulativní koupi a prodej. Je tedy důležité umět ohodnotit výnos z akcie a riziko, se kterým je tohoto výnosu dosaženo. Výnosem ve velmi zjednodušené podobě můžeme rozumět procentní změnu při obchodování, všimněte si, že tato metoda nebere v úvahu časové znehodnocení peněz a při přesnějším hodnocení investice by bylo nutné zahrnout také její dobu trvání v podobě diskontování.

Rizikem můžeme rozumět rozptyl (směrodatnou odchylku) kolem průměrného výnosu . Další charakteristiky pak lze odvodit ze znalostí normálního rozdělení.

Na akciovém trhu máme nabídku cenných papírů různých firem a je dobré si na následujícím příkladu ukázat aspoň některé možnosti orientace.

Příklad :

Výběr z těchto druhá akcií :

Pořadí	1	2	3	4	5	6	7
Datum	1.3.	2.3.	3.3.	4.3.	7.3.	8.3.	9.3.
CETV	-1,77	-1,21	6,21	0,06	-3,65	1,72	1,35
CEZ	-0,62	-0,91	1,29	0,12	-0,06	-0,25	0,68
ORCO	0,3	-0,4	0,75	3,4	5,41	1,65	-0,32
UNIPE	-0,06	0,69	0,62	1,02	0	0	-0,056
PX	-1,09	-0,11	0,71	-0,4	-0,84	-0,28	0,08

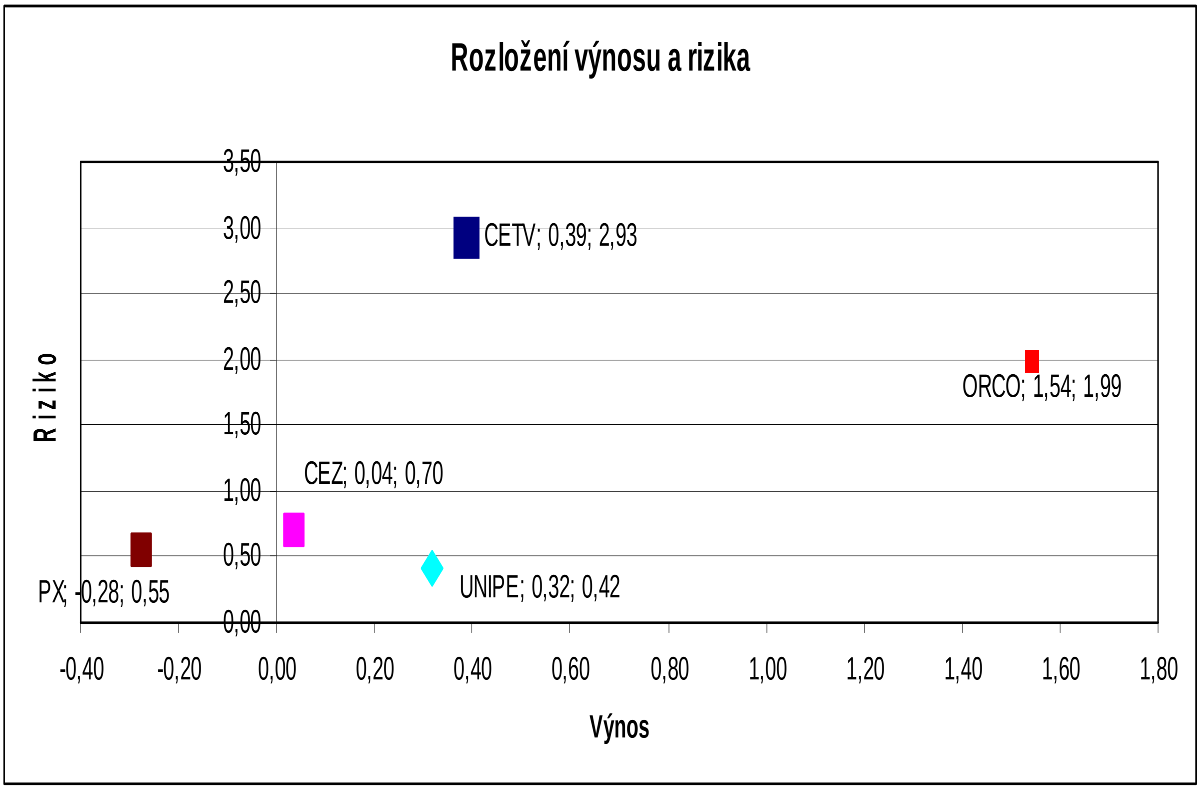
Poznámka : Hned na začátku je nutné napsat, že pro seriózní analýzu je zvolené období příliš krátké a slouží tedy jen pro ukázku zvolených metod jako školní příklad.

Tabulka středních hodnot a směrodatných odchylek :

Akcie	Střední hodnota	Směrodatná odchylka
CETV	0,39	2,93
CEZ	0,04	0,70
ORCO	1,54	1,99
UNIPE	0,32	0,42
PX	-0,28	0,55

Na trhu je běžné, že investice s vyšší mírou rizika představuje také vyšší výnos, tato tendence je také patrná z výše uvedené tabulky a následného grafického vyjádření. Jako orientační hodnota signalizující situaci na celém trhu se užívají indexy. Zde je použit PX, ze kterého vidíme, že v době, kdy byly hodnoty zpracovány měl trh celkově klesající tendenci. Vypočtené hodnoty vzhledem ke krátkému časovému úseku vyhodnocení jistě vykazují zkreslení. Tím lze vysvětlit nižší riziko jediné akcie UNIPE oproti celému trhu a také hodnoty, které se vymykají principu : „ za vyšší riziko vyšší výnos“.

Grafické vyjádření výnos – riziko



8.7 Sestavení portfolia

Portfoliem rozumíme soubor různých investic (akcií, obligací ….), který investor vlastní. Složitým úkolem je jeho optimalizace vzhledem k riziku a výnosu. Zde si ukážeme pouze základní princip, přesnější metody jsou pak vyučovány na ekonomických VŠ.

Všimněme si akcií v naem předchozím případě a vypočtěme jejich vzájemné korelace :

	CETV	CEZ	ORCO	UNIPE	PX
CETV					
CEZ	**0,76**				
ORCO	**-0,41**	0,02			
UNIPE	0,26	0,11	0,04		
PX	**0,87**	**0,70**	**-0,41**	0,39	

Z tabulky je patrné, že lze najít vzájemné těsné vazby a to jak cenných papírů navzájem, tak i vzhledem k indexu trhu. Index nám bude sloužit jako jakási referenční hodnota, protože se má odpovídat právě situaci na trhu jako celku, vytváříme si z něj představu o jeho růstu, či poklesu. Vzhledem k faktu, že index tvoří jakýsi mix mnoha akcií, vykazuje také nízkou míru rozptylu (rizika).

Při bližším zkoumání je možné najít takové dvojice cenných papírů, které vykazují poměrně silnou negativní korelační vazbu (CETV – ORCO), takové dvojice jsou zajímavé tím, že jejich vlastněním v portfoliu snižujeme míru podstupovaného rizika, ale samozřejmě také výnosu. Je tak možné si do jisté míry svojí investici „pojistit“ za což platíme právě mírou výnosu.

Na druhou stranu najdeme také takové cenné papíry, které vykazují silnou pozitivní korelaci (CETV – CEZ), snadno podle předchozího odstavce zjistíme důsledky jejich vlastnění.

V závěru si všimněte např. akcie CETV, které má velmi silnou korelaci na index trhu, její hodnota tedy velmi pozitivně reaguje na situaci na trhu jako takovém.

Samostatná práce pro studenty :

1) Pomocí dvou akcií obchodovaných na burze vytvořte portfolio s co nejmenší mírou rizika, vypočtěte jeho celkovou směrodatnou odchylku a celkový průměrný výnos za dobu jednoho měsíce.

2) Pomocí dvou akcií obchodovaných na burze vytvořte portfolio s co nejvyšší mírou výnosu, vypočtěte jeho celkovou směrodatnou odchylku a celkový průměrný výnos za dobu jednoho měsíce.

Poznámka na závěr :
Pro studenty, které zajímá tato problematika podrobněji, doporučuji literaturu, která se zabývá metodou CAPM.