

Gymnázium Budějovická

Volitelný předmět Ekonomie - jednoletý

## **BLOK ČÍSLO 6**

# **Základy finanční matematiky**

Předpokládaný počet : 5 hodin

*Použitá literatura :*

*František Freiberg – Finanční teorie a financování ( skripta ČVUT)*

## 6.1 Hodnocení investic

### A) Statické metody

Neberou v úvahu časovou hodnotu peněz, kdy peníze získané nyní mají větší hodnotu než stejně velké peníze získané po roce.

- Metoda porovnání nákladů
- Metoda porovnání zisku
- Metoda porovnání rentability
- Metoda porovnání doby návratnosti

Př.

Podnikatel má následující příležitosti :

- Vložit do výroby 800 000 Kč s tím, že z každého prodaného kusu výrobku získá 2000 Kč. Předpokládáme, že bude prodáno každý měsíc 20 výrobků. Předpokládáme, že celkový počet prodaných výrobků bude 600 výrobků.
- Půjčit 1000 000 Kč s tím, že každý měsíc dostane zpět 5000 Kč až do zaplacení částky 1200 000 Kč.

	Možnost 1	Možnost 2
Náklady celkem	800 000	1000 000
Příjem za měsíc	40 000	5000
Zisk celkem	400 000	200 000
Rentabilita % celé období	50%	20%
Doba návratnosti	20 měsíců	200 měsíců

Při hodnocení v rámci podniku obvykle počítáme rentabilitu jako **roční**, kdy využíváme účetních dat.

**B) Dynamické metody hodnocení investic**Hodnota peněz v čase

Připomeňme si vztah, který platí z finanční matematiky pro složené úrokování, kdy dochází k úrokům z úroků :

$$K = V \cdot (1+i)^t$$

K .....konečná částka

V.....vklad

i .....úroková míra

t .....počet roků

Tento vztah nám dává možnosti, porovnat výnosy z investic v čase :

Př.

V současné době mohu získat příjem 1000 Kč. Jak velkou hodnotu bych měl požadovat, pokud tento příjem budu požadovat až za 1 rok. Úroková míra je 10%.

Z vložené hodnoty 1000 Kč bych za 1 rok získal ..... $1000 \cdot (1+0,1)^1 = 1100$  Kč.

Po jednom roce bych tak z tisíce korun měl požadovat 1100 Kč. Pokud se na tento případ budeme dívat z jiného úhlu, potom platí :

Současná hodnota  $\cdot (1+i)^t =$  budoucí hodnota.

Jinak řečeno :

Určité současné hodnotě ( Kč) přísluší určitá hodnota v budoucnosti .

$$SH \cdot (1+i)^t = BH$$

SH .....současná hodnota

BH.....budoucí hodnota

Tento vztah bude klíčový pro přepočty peněz v čase. Musí totiž platit, že :

$$SH = \frac{BH}{(1+i)^t}$$

Př. 1

Zjistěte výhodnost investice, kdy při jednorázovém vkladu 100 000 Kč získáme po 2 letech zpět 125000 Kč. Úroková míra je 10%.

Přepočítání k současné hodnotě :

$$SH\check{c} = \frac{-100000}{(1+0,1)^0} + \frac{125000}{(1+0,1)^2} = 3305,8K\check{c}$$

Př.2

Investiční projekt je spojen s jednorázovým výdajem ve výši 1 mil. Kč. Během čtyřleté životnosti se očekávají v jednotlivých letech čisté příjmy ve výši 300 000 Kč. Náklady na kapitál se oceňují v hodnotě  $i = 0,1$ .

$$SH\check{c} = -1000000 + \frac{300000}{(1+0,1)^1} + \frac{300000}{(1+0,1)^2} + \frac{300000}{(1+0,1)^3} + \frac{300000}{(1+0,1)^4} = -49060K\check{c}$$

Investice není výhodná

**Časové hodnocení investic- příklady**

Př. 1

Zhodnoťte následující varianty

A ) Koupíme stroj tak, že ihned zaplatíme 200 000 Kč a potom každý rok 100 000 Kč po dobu dalších 3 let

B) Ihned zaplatíme 300 000 Kč , další rok 100 000 Kč a další rok doplatíme 50 000 Kč.

Jaký způsob platby je výhodnější ?

A)

$$SH = 200000 + \frac{100000}{(1+0,1)^1} + \frac{100000}{(1+0,1)^2} + \frac{100000}{(1+0,1)^3} = 448685Kč$$

B)

$$SH = 300000 + \frac{100000}{(1+0,1)^1} + \frac{50000}{(1+0,1)^2} = 432231Kč$$

Druhá varianta je výhodnější o 16454 Kč

Př. 2

Dlužník vám má zaplatit nyní částku 200 000 Kč. Navrhuje splátky tak, že zaplatí stejnou částku ve dvou splátkách vždy po roce. Jak velkou částku máte minimálně chtít při  $i=0,1$ .

$$200000 = \frac{x}{(1+0,1)} + \frac{x}{(1+0,1)^2}$$

$$200000 * 1,1^2 = 1,1x + x$$

$$x = \frac{200000 * 1,1^2}{2,1}$$

$$x = 115238Kč$$

Př. 3

Vydáme-li nyní 100 000 Kč dostaneme splátky dle následujícího kalendáře :

1. rok	2. rok	3. rok	4. rok
10 000 Kč	30 000 Kč	40 000 Kč	40 000 Kč

$$SH\check{c} = -100000 + \frac{10000}{1,1} + \frac{30000}{1,1^2} + \frac{40000}{1,1^3} + \frac{40000}{1,1^4} = -8742,6K\check{c}$$

Investice je nevýhodná

Př. 4

Vyberte nejvýhodnější variantu koupě počítače, kterou firma nabízí. Uvažujte i dle vašich možností (cca 5% )

- Zaplatit ihned celkovou cenu 30 000 Kč
- Zaplatit polovinu ceny a po jednom roce doplatit 20 000 Kč
- Splácet tak, že každý rok 15 000 po dobu 3 let ( první splátka po roce)

- SH = 30 000 Kč
- SH = 34047,6 Kč
- SH = 40848,7 Kč

Př. 1

Zhodnoťte výhodnost půjčky 2 mil. Kč. Na dobu 3 let tak, že dlužník zaplatí každý rok 800000 Kč. Úrokovou míru počítejte  $i = 0,1$

$$SH\check{c} = 0,01 \text{ mil. Kč}$$

Př. 2

Stanovte výhodnost koupě automobilu, kdy si vypůjčíme na automobil na dobu 3 roky 150 000 Kč a leasing budeme splácet každý rok částkou 55000 Kč.  $i = 0,1$ .

$$SH\check{c} = 13 223 \text{ Kč.}$$

Př. 3

Stanovte pro svého dlužníka vhodný splátkový kalendář při prodeji domu tak, že prodejní cena činí 5 mil. Kč. Čtvrtinu ceny zaplatí ihned a zbytek ve splátkách po dobu 5-ti let.

## 6.2 Hodnocení cenných papírů z pohledu finanční matematiky

### Obligace

Představují dluhopisy emitované za účelem získání většího objemu dlouhodobého kapitálu. Emitent získává tento kapitál prodejem velkého množství dluhopisů nižší nominální hodnoty. Věřitelé se nákupem obligací dostávají do věřitelského postavení, přičemž jejich uživatelská práva jsou deklarována obligacemi. Výhodou obligací pro věřitele je možnost ukončení věřitelského vztahu prodejem obligace na kapitálovém trhu.

Obligace jsou úročeny zpravidla fixní úrokovou sazbou odvozenou od tržní úrokové míry platné v době emise.

Termíny výplaty úroků mohou být roční, půlroční i kratší. Reálná roční úroková míra pro  $m$  úrokových období v roce :

$$i_{real} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$i$  .....roční nominální úroková míra

$i_{real}$  .....roční reálná úroková míra

$m$ .....počet účetních období v jednom roce

### Výměnné obligace

Jsou takové obligace, u kterých je v podmínkách emise stanoveno právo přeměny na akcie. Vlastník obligace má tedy možnost buď při splatnosti obligace a nebo v předem stanovených termínech svůj věřitelský vztah k podniku na účastnický.

### Opční obligace

Jsou také vybaveny právem na výměnu za akcie. Zde však nedochází k výměně cenných papírů. Vlastník opce má právo na koupi určitého množství akcií. Investor tak může získat vedle obligací za předem stanovený kurz i akcie.

### Ziskové Obligace

Jsou obligace vybavené právem na ziskové podíly. Majitel obligace zpravidla pobírá vedle pevných úroků ještě určitým způsobem definovaný podíl na zisku.

### Oceňování obligací

Dle známých vzorců pro oceňování obligací platí :

$$SH = \sum_{n=1}^t \frac{U}{(1+i_p)^n} + \frac{NH}{(1+i_p)^t}$$

$U$  .....ročně vyplácené úroky

$i_p$ .....požadovaná úroková míra ( míra výnosu)

$t$  .....počet let

$NH$  ....nominální hodnota obligace

Př.

Vypočítejte současnou hodnotu obligace s dobou splatnosti 5 let jestliže její nominální hodnota je 10 000 Kč, kupónová úroková míra 8%. Předpokládejme požadovanou úrokovou míru 0,1.

$$NH = 10\,000 \text{ Kč}$$

$$i_p = 0,1$$

$$i = 8\% \dots\dots\dots U = 800 \text{ Kč}$$

$$SH = \frac{800}{1,1} + \frac{800}{1,1^2} + \frac{800}{1,1^3} + \frac{800}{1,1^4} + \frac{800}{1,1^5} + \frac{10000}{1,1^5} = 9241,78 \text{ Kč}$$

V praxi se může stát, že výplata úroků bude vícekrát během jednoho roku. Pokud se budou úroky vyplácet  $m$  krát v roce po dobu  $n$  let, vzorec přejde na podobu :

$$SH = \frac{\frac{U}{m}}{\left(1 + \frac{i_p}{m}\right)^m} + \frac{\frac{U}{m}}{\left(1 + \frac{i_p}{m}\right)^{2m}} + \dots\dots\dots + \frac{\frac{U}{m}}{\left(1 + \frac{i_p}{m}\right)^{nm}} + \frac{NH}{\left(1 + \frac{i_p}{m}\right)^{nm}}$$

Určení výnosnosti obligace

Pokud je známa tržní hodnota obligace ( $SH$ ), její nominální hodnota  $i$  úrok, lze vypočítat dosahovanou míru výnosu  $i_p$ . Tím však vzniká těžko vypočitatelná rovnice, z toho důvodu lze zjednodušeně psát :

$$i_p = \frac{U}{SH} \cdot 100 \quad (\%)$$



## Určování hodnoty cenných papírů - pokračování

Př. 1

Vypočtete míru výnosu s využitím obou vzorců, jestli je dáno :

Roční úrokové procento	5%
Nominální hodnota	100 000 Kč
Současná tržní hodnota	102 000 Kč
Doba trvání obligace	2 roky

Podle vzorce 1 :

$$102000 = \frac{5000}{1+i_p} + \frac{5000}{(1+i_p)^2} + \frac{100000}{(1+i_p)^2}$$

$$i_p^2 + 1,95i_p - 8 = 0$$

$$i_p = 0,0392 = 3,92\%$$

Přibližný výpočet

$$i_p = \frac{5000}{102000} \cdot 100 = 4,9\%$$

Př. 2

Analyzujte cenný papír

Dluhopis – Hypotéční zástavní list HZL HB 4,9/12

Jmenovitá hodnota .....10 000 Kč

Úroková sazba ..... 4,9

Datum splatnosti emise..... 24.5. 2012

Kurz % ..... 104,65 %

Zobchodováno ..... 0

$$i_p = \frac{490}{10465} \cdot 100 = 4,68\%$$

### 6.3 Pákový efekt

Jak se změní rentabilita vlastního kapitálu při částečném využití cizích prostředků lze vypočítat následující úvahou :

$$\text{Rentabilita celkového kapitálu} \dots r_K = \frac{\text{zisk}}{\text{kapitál}} = \frac{Z}{VK + CK}$$

Rentabilita vlastního kapitálu :

$$r_{VK} = \frac{Z - \dot{U}}{VK} = \frac{r_K * (VK + CK) - i * CK}{VK} = r_K * \left(1 + \frac{CK}{VK}\right) - i * \frac{CK}{VK} = r_K + r_K * \frac{CK}{VK} - i * \frac{CK}{VK}$$

$$r_{VK} = r_K + \frac{CK}{VK} * (r_K - i)$$

Co prakticky ukazuje tento vztah je vidět na následujícím grafu :

